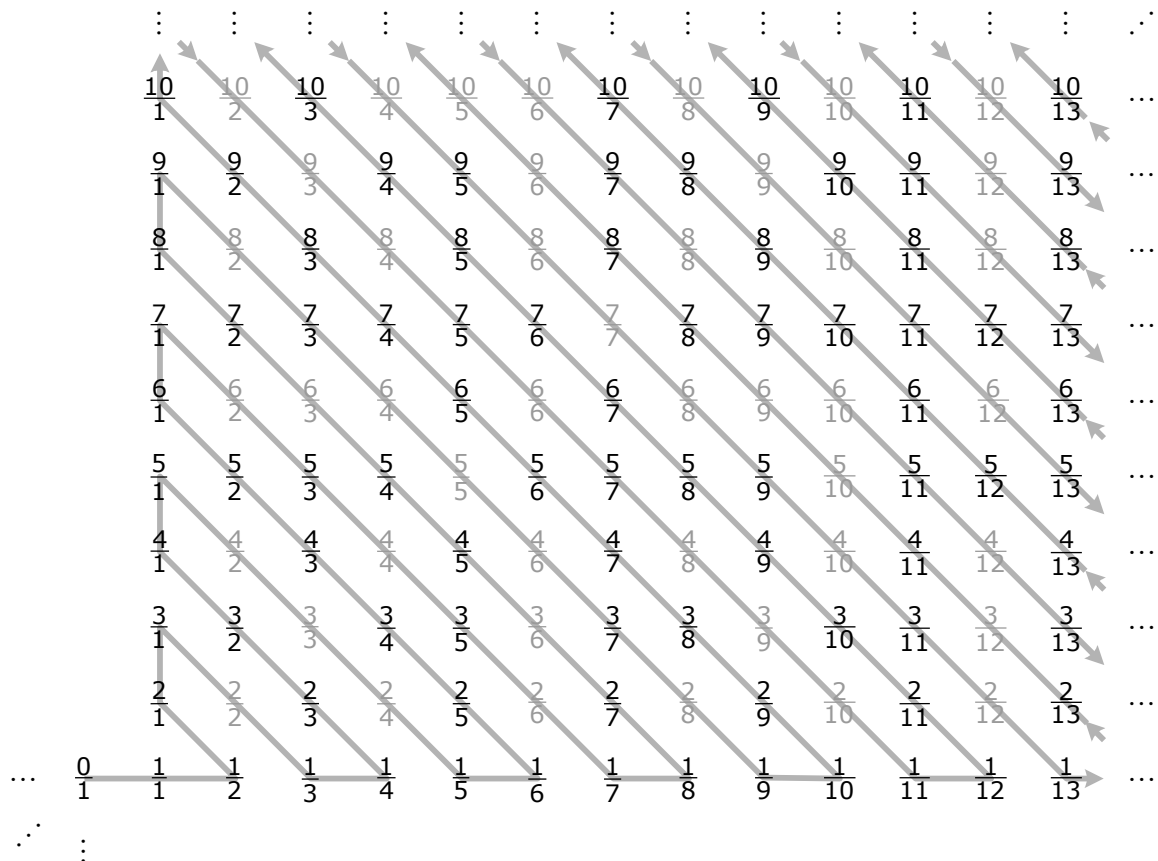


MATHE 364

19.08. unendlich viele rationale Zahlen

- a) Für Brüche gibt es unendlich viele verschiedene Zähler und unendlich viele verschiedene Nenner. Dennoch kann man mit dem *Cantorschen Diagonalverfahren* wie in dieser Abbildung alle rationalen Zahlen der Reihe nach zählen:



Bereits im Intervall von 0 bis 1 gibt es unendlich viele rationale Zahlen. In der Abbildung treten in jeder Zeile Zahlen aus diesem Intervall auf.

Markiere in jeder Zeile mindestens Zahl, die zwischen 0 und 1 liegt.

- b) **Ergänze** *mindestens zwei* fehlende Brüche:

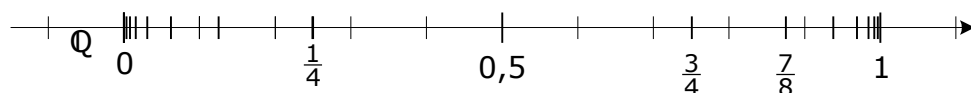
In der Mitte des Intervalls von 0 bis 1 liegt $\frac{1}{2} = 0,5$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{1}{2}$ bis 1 liegt $\frac{3}{4} = 0,75$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{3}{4}$ bis 1 liegt $\frac{7}{8} = 0,875$.

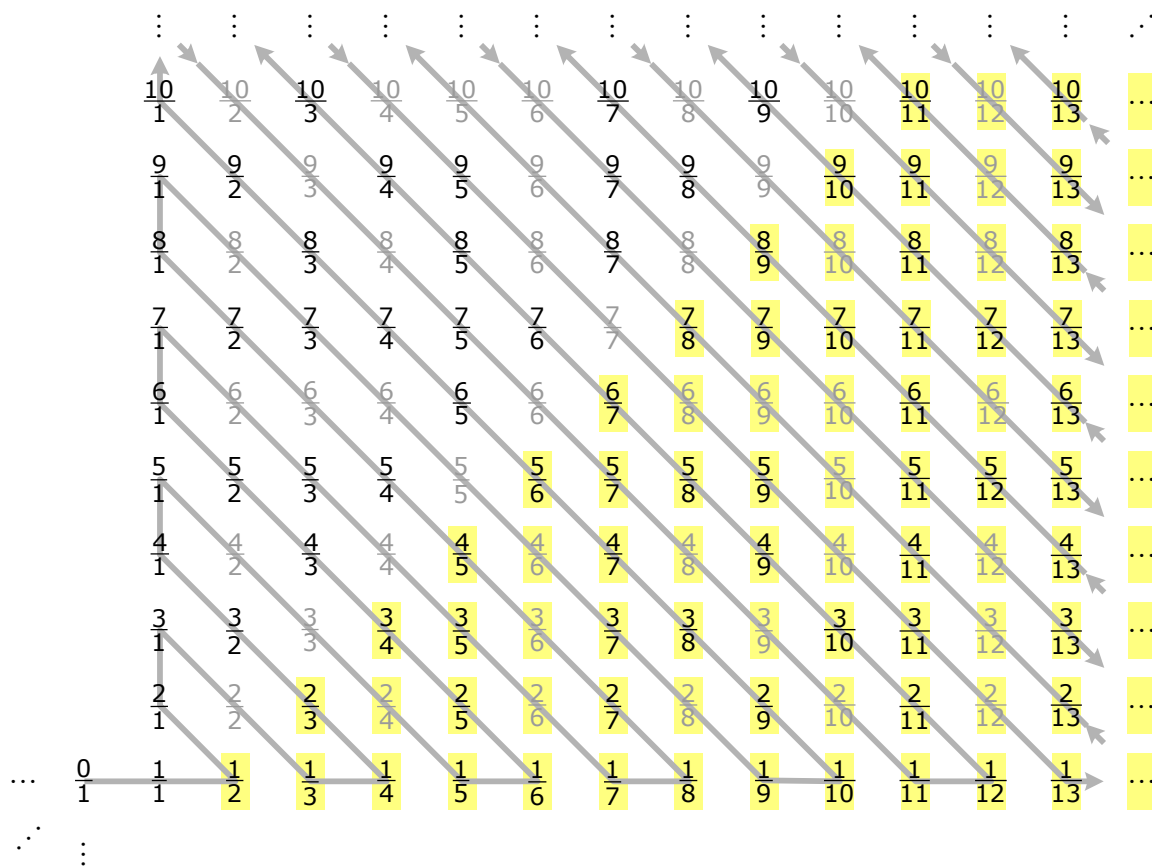
In der Mitte des Intervalls von $\frac{7}{8}$ bis 1 liegt $\frac{\square}{\square}$

In der Mitte des Intervalls von $\frac{\square}{\square}$ bis 1 liegt $\frac{\square}{\square}$



- c) **Halbiere** in ähnlicher Weise das Intervall von 0 bis 0,5 *mindestens dreimal*.

- a) Für Brüche gibt es unendlich viele verschiedene Zähler und unendlich viele verschiedene Nenner. Dennoch kann man mit dem *Cantorschen Diagonalverfahren* wie in dieser Abbildung alle rationalen Zahlen der Reihe nach zählen:



Bereits im Intervall von 0 bis 1 gibt es unendlich viele rationale Zahlen. In der Abbildung treten in jeder Zeile Zahlen aus diesem Intervall auf.

Markiere in jeder Zeile mindestens Zahl, die zwischen 0 und 1 liegt. *alle echten Brüche, d. h. der Zähler ist kleiner als der Nenner, siehe oben*

- b) **Ergänze** mindestens zwei fehlende Brüche:

In der Mitte des Intervalls von 0 bis 1 liegt $\frac{1}{2} = 0,5$.

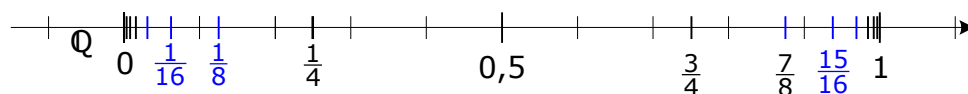
In der Mitte des Intervalls von $\frac{1}{2}$ bis 1 liegt $\frac{3}{4} = 0,75$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{3}{4}$ bis 1 liegt $\frac{7}{8} = 0,875$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{7}{8}$ bis 1 liegt $\frac{15}{16} = 0,9375$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{15}{16}$ bis 1 liegt $\frac{31}{32} = 0,96875$.

In der Mitte des Intervalls von $\frac{31}{32}$ bis 1 liegt $\frac{63}{64} = 0,984375$. usw.



- c) **Halbiere** in ähnlicher Weise das Intervall von 0 bis 0,5 *mindestens dreimal*.

Mitte von $[0 ; 0,5]$ ist $\frac{1}{4} = 0,25$. Mitte von $[0 ; 0,25]$ ist $\frac{1}{8} = 0,125$.

Mitte von $[0 ; 0,125]$ ist $\frac{1}{16} = 0,0625$. Mitte von $[0 ; 0,0625]$ ist $\frac{1}{32} = 0,03125$